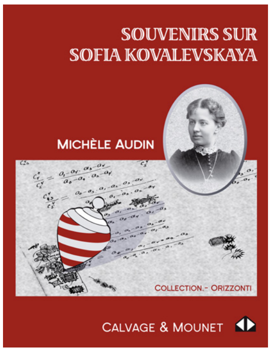
NOTES De Lecture

Éditeurs, auteurs, envoyez-nous vos livres ; lecteurs souhaitant intervenir dans ces Notes de lecture, *contactez-nous*[1]*. La liste des ouvrages reçus se trouve en fin de rubrique.*

Souvenirs sur Sofia Kovalevskaya

Michèle Audin

Calvage & Mounet.



Décidément, Calvage et Mounet est une maison d'édition peu ordinaire : après les cours de haut niveau (citons, par exemple, la réédition de l'excellent cours sur les corps commutatifs et la théorie de Galois de Pierre Tauvel, recensé dans le numéro **67** de *Quadrature*), voici qu'elle investit le domaine des beaux livres mathématiques avec la collection *Orizzonti* et le livre **Souvenirs sur Sofia Kovalevskaya** de Michèle Audin.

Ce livre, malgré son titre, n'est pas un recueil de témoignages (même si ceux-ci sont convoqués chaque fois que cela est nécessaire) sur la vie et l'œuvre de la célèbre mathématicienne russe, décédée en 1891 à l'âge de 41 ans.

L'auteure y déroule pour notre bonheur et avec beaucoup de talent sa biographie, interroge son souvenir et tente de chercher la réponse à quelques questions qui interpellent d'emblée le lecteur. Pourquoi les résultats mathématiques de Sophie (surtout son théorème d'existence et d'unicité pour les EDP et son étude du solide pesant en rotation autour d'un point fixe) sont-ils si peu enseignés ? Pourquoi cette mathématicienne de premier plan est-elle oubliée ? Pourquoi traîne-t-elle une réputation sulfureuse (séductrice au chapeau, auteure d'articles faux, simple répétitrice des résultats de son directeur Weierstrass...) dans de nombreux ouvrages d'histoire ? Peut-on présenter S. Kovalevskaya sans tomber dans les clichés (femme dans un monde d'hommes, libre militante dans une société bourgeoise) ?

Michèle Audin indique que ce livre n'a pas la prétention d'être une œuvre romanesque sur celle qu'elle prénomme affectueusement Sophie. J'estime personnellement qu'elle pèche par excès de modestie. Le texte offre indéniablement une qualité littéraire manifeste, et la biographie défile avec sensibilité et conviction. Les chapitres plus techniques (la nécessaire chronologie liminaire, les deux ou trois chapitres explicitement mathématiques, la collection des citations parlant ou oubliant de parler de Sophie) sont également composés avec un certain talent, une adresse dans les doubles sens et les sous-entendus, qui les rendent tout autant très agréables à lire.

L'auteure prévient aussi que son livre n'est pas un livre d'histoire, car, fausse ironie, elle n'a pas la formation d'historienne. Je constate qu'à son improbable insu, son texte fait preuve de méthodologie historique : la précision est sûrement fruit de sa rigueur mathématique... Toutes les références utilisées sont citées, tous les détails des traductions multiples sont précisés (souvent à l'aide de parenthèses ou des nombreuses notes marginales pour ne pas alourdir le texte). Le soin et la rigueur apportés aux détails historiques et mathématiques feraient pâlir de nombreux historiens, mais raviront vraiment les lecteurs les plus pointilleux !

Au final, Michèle Audin nous fait cadeau d'un beau livre, agréable et plaisant, qui charmera aussi bien les amateurs de mathématiques que les lecteurs à l'esprit ouvert et curieux. C'est aussi l'occasion de redécouvrir à travers un livre soigné (dans le fond et la forme) un personnage hors du commun que l'on a déjà pu croiser lors du spectacle de Jean-François Peyret (intitulé **Le cas de Sophie K.**) ou de la conférence offerte par l'auteure aux auditeurs de la BNF. À mettre délibérément à la portée de toutes les mains...

Roger Mansuy

La révolution mathématique du XVII^e^ siècle

Évelyne Barbin

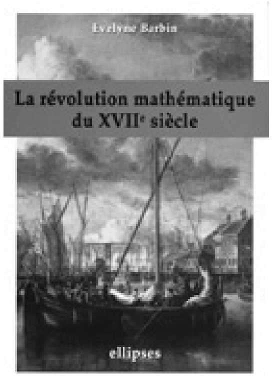
Ellipses.

Quelle est donc la *Révolution mathématique du* XVII*e* *siècle* dont Évelyne Barbin fait un volume aux éditions Ellipses ?

C'est tout d'abord une révolution épistémologique avec une approche différente des mathématiques en particulier et des sciences

[1] *Quadrature*, Roger Mansuy, Lycée Louis Le Grand, casier 27, 123 rue Saint Jacques, 75005 Paris, quadrature@edpsciences.org.

physiques en général. Si l'on connaît plutôt bien le *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde* de Galilée, à la suite de la controverse entre le modèle aristotélicien et la théorie moderne de la mécanique, ce n'est que la face émergée de l'iceberg, et l'objectif de l'ouvrage est de détailler dans les moindres détails le changement majeur dans la pensée (et donc dans la pensée mathématique) au XVII^e siècle.



L'auteure commence par deux chapitres assez « philosophiques » concernant les raisons de ce changement : comment les idées de Bacon vont infuser pendant tout le siècle ? Pourquoi la mathématisation des sciences naturelles apparaît comme une nécessité au XVIIe siècle ? Quel est le rôle de l'innovation technique ? Comment s'organise la critique des modèles, des systèmes issus du monde antique et jusqu'alors admis sans réserve ?

D'ailleurs, le chapitre 2 consacré à cette remise en question relève d'un mouvement qui dépasse les limites mathématiques.

À partir du troisième chapitre, on aborde des sujets plus pointus de mathématiques et l'auteure développe la substance théorique de ladite révolution. Schématiquement, le cœur de ces nouvelles théories est la notion de courbe (puis à terme de fonction). Un des premiers éléments constitutifs viendra du problème de construction des tangentes. Les scientifiques du XVIIe siècle se distinguent ici des anciens qui construisaient les tangentes à des courbes particulières en partant de connaissances *a priori* sur les tangentes. Trois nouvelles méthodes vont voir le jour : en partant de considérations cinématiques (Roberval), en adoptant des équations « algébriques » et en cherchant des cercles tangents ou osculateurs (Descartes), en utilisant une équation de manière analytique et introduisant un incrément, une variation des paramètres (Fermat).

Le quatrième chapitre, palpitant, reprend et développe chacune de ces méthodes (avec force exemples), puis explique les conceptions de courbes implicites à ces travaux. La fin de ce chapitre restitue une part de l'histoire des mathématiques trop souvent escamotée : la controverse entre Fermat et Descartes sur leurs concepts de courbes et les différentes méthodes d'obtention des tangentes.

Au chapitre suivant, l'auteure va s'attaquer à un autre débat, cette fois-ci entre Newton et Leibniz (représenté par le marquis de l'Hospital) sur la naissance du calcul différentiel. Toutefois, ce n'est pas la querelle de postérité qui est le cœur du propos mais plutôt l'apparition des méthodes différentielles et des développements en série dans la compréhension du lien entre intégration et dérivation.

Après ces deux chapitres à fort contenu mathématique, on retourne à des perspectives plus épistémologiques en s'intéressant aux détails des méthodes adoptées dans les différents problèmes déjà étudiés et en considérant les conséquences dans l'approche des mathématiques. Autrement dit, l'auteure détaille le renouvellement de l'idée de démonstration en contraste avec les dispositions philosophiques des anciens.

Au final, ce livre présente l'avantage d'adopter un double point de vue, à la fois mathématique et philosophique. Si l'ensemble peut paraître ardu à des lecteurs peu habitués aux développements épistémologiques, les chapitres 4 et 5 sont à recommander au plus large public, et tout particulièrement à tous les enseignants qui doivent aborder les bases de l'analyse en classe.

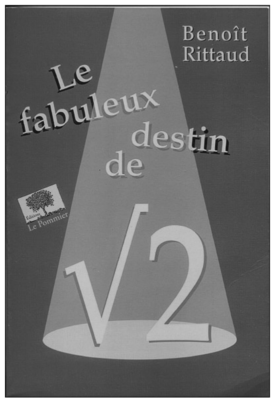
Alice Chantet

Fabuleux destin de $\sqrt{2}$

Benoît Rittaud

Le pommier.

Que savez vous de $\sqrt{2}$? Même si vous êtes un excellent mathématicien, je doute que vous puissiez parler longtemps de ce nombre irrationnel. Réalisez alors la somme d'informations que représentent les 450 pages du *Fabuleux destin de* $\sqrt{2}$ de Benoît Rittaud aux éditions Le Pommier.



Toutefois, l'intérêt de ce livre n'est pas son volume mais plutôt l'étendue des domaines abordés au long de six parties de philosophies différentes... Reprenons dans l'ordre :

La première partie est principalement consacrée à l'histoire de $\sqrt{2}$. On commence avec une tablette d'argile babylonienne sur laquelle on a tracé un carré, une de ces diagonales et quelques traces cunéiformes. L'auteur nous explique que le dessin constitue l'une des premières définitions (géométriques) de $\sqrt{2}$ et que les marques indiquent une approximation (avec une précision à peine croyable) de ce réel. Traversant ensuite les âges, on suit l'actualité de $\sqrt{2}$ avec les estimations indiennes, puis avec les considérations sur les grandeurs incommensurables de l'école pythagoricienne et enfin la notion de nombre irrationnel. Les auteurs classiques de l'antiquité (Platon, Aristote...) sont cités pour faire un premier point sur les connaissances avant le Moyen Âge. Ensuite la définition et l'étude de $\sqrt{2}$ évoluent avec l'apparition de nouveaux outils : l'algèbre avec les mathématiciens arabes, l'analyse du XIX[e] siècle avec la formalisation de limite, l'écriture arborescente (dite polonaise) au XX[e] siècle.

La deuxième partie s'intitule « l'irrationnelle » et rassemble de nombreux résultats concernant le caractère irrationnel de $\sqrt{2}$; l'auteur démarre avec la démonstration la plus connue et multiplie les variantes, de la plus algébrique à la plus géométrique. Ce raisonnement par l'absurde est aussi prétexte à une intéressante digression sur la logique mathématique (qui sera reprise plus loin). Ensuite, une fois expliqués les enjeux de ces différentes démonstrations, on quitte la structure réconfortante de la droite réelle pour d'autres moins intuitives : les anneaux modulaires $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, l'ensemble des entiers de Gauss ou des nombres g-adiques... Chacun de ces exemples permet d'exhiber ou de mettre en valeur les propriétés de $\sqrt{2}$ qui sont propres à l'ensemble des réels ou qui se généralisent à d'autres ensembles. On trouve en particulier les réponses à des questions comme : combien peut-on définir de racines pour 2 dans $\mathbb{Z}/119\mathbb{Z}$? Existe-t-il des ensembles pour lesquels $\sqrt{2}$ est rationnel ?

La troisième partie s'articule autour des diverses apparitions de $\sqrt{2}$ dans les applications des mathématiques ; cela va de considérations esthétiques ou musicales plus ou moins discutables pour le scientifique à des applications plus justifiées comme pour la graduation de la bague des ouvertures de diaphragme sur un appareil photographique ou le choix des standards d'imprimerie pour les formats de papier. Cette partie ce termine par une mise en garde pour ceux qui voudrait « voir » $\sqrt{2}$ partout (il serait sûrement bon que certains lisent une telle mise en garde pour éviter quelques articles vaseux concernant le nombre d'or).

Avec la quatrième partie, on peut avoir l'impression d'abandonner les propriétés théoriques de $\sqrt{2}$ pour se pencher sur le calcul explicite des décimales de ce réel (en prenant en compte la précision nécessaire aux applications déjà évoquées). L'auteur rappelle alors quelques méthodes ou formules de calcul (la plupart itératives) : la dichotomie, l'utilisation de la moyenne arithmetico-harmonique, la formule de Héron d'Alexandrie, la méthode de Newton appliquée à différentes fonctions... Ces méthodes numériques classiques se prolongent avec des outils, plus élaborés, utilisés pour obtenir un très grand nombre de décimales comme par exemple la formule de Brent-Salamin. Toutefois, l'ensemble de ces approches pratiques ne doivent pas cacher les questions théoriques (souvent ouvertes) sous-jacentes à ces recherches de décimales : l'écriture de $\sqrt{2}$ n'est pas périodique (car $\sqrt{2}$ est irrationnel) mais peut-on exhiber une structure plus élaborée pour ces décimales ? Peut-on au moins s'assurer d'une répartition équitable des différents chiffres (voire la normalité de $\sqrt{2}$) ?

Quittant ensuite l'écriture décimale, la cinquième partie s'intéresse à d'autres représentations de $\sqrt{2}$: principalement son développement en fractions continues [122222...] (déjà évoqué précédemment) et son codage sturmien. L'auteur introduit ces représentations pour permettre d'aborder des questions sous un angle nouveau (par exemple, les meilleures approximations rationnelles servent de fils conducteurs à deux chapitres de cette partie) et de résoudre quelques problèmes pratiques (problème d'engrenages en horlogerie, choix d'un calendrier commode pour corriger le calendrier julien...).

La dernière partie, beaucoup plus délicate à aborder, a deux ambitions : d'une part convaincre le béotien de l'intérêt tout particulier de $\sqrt{2}$ parmi l'ensemble des rationnels ; d'autre part définir pour les lecteurs plus avancés la notion de nombres irrationnels « extrêmes » et donner quelques éléments justifiant ce titre pour $\sqrt{2}$ (ceci est l'objet principal des chapitres 21 et 22 qui peuvent être, comme le conseille l'auteur, sautés en première lecture).

Pour terminer le rapide panorama de ce livre, je dois ajouter que chacune des parties se prolonge en annexe avec d'intéressants exemples ou documents. Cela permet encore une fois de mêler aspects historiques et mathématiques actuelles, utilisation pratiques des mathématiques et outils plus abstraits.

Au final, je reste quelque peu rétif aux essais de reconstruction de raisonnements qui ne nous sont pas parvenus mais je dois bien admettre que ce livre est si riche qu'il se lit avec plaisir et qu'il mérite une place de choix dans nos bibliothèques, quelle que soit notre expérience des mathématiques.

Alexis Obert

Ouvrages récemment reçus

Daniel Saada, *Tribus et probabilités sur les univers infinis*, Lulu.

Robert Osserman, *Les mathématiques de l'Univers*, Le Pommier.