Mots, maths & histoire

Par Bertrand Hauchecorne

Les mots utilisés en mathématiques sont chargés de l'histoire qu'ils nomment. En partant de l'étymologie de termes mathématiques, cette rubrique explique l'apparition de notions mathématiques et étudie leur évolution.

Les mots de l'analyse

Analyse et fonction

L'algèbre et l'analyse sont souvent considérées comme les deux branches principales des mathématiques. Généralisant l'arithmétique à la Renaissance, la première tire son nom au début du titre d'un livre du mathématicien arabe Al Khwarizmi (voir MMH, *Quadrature* n° **61**). Pour Jacques Pelletier du Mans « l'algèbre est un art de parfaictement & précisément nombrer & soudre toutes questions arithmétique et géométriques de possible solution, les nombres rationaux & irrationaux. »

L'analyse concerne l'ensemble des mathématiques qui utilisent la notion de limite. Ainsi ce qui touche à la continuité, la dérivabilité, l'intégration mais aussi l'étude des suites et des séries en fait partie. En ce sens-là, Archimède fait déjà de l'analyse lorsqu'il calcule un volume comme limite d'approximations successives. Cependant, c'est avec le développement du calcul différentiel et intégral et l'élaboration de la notion de fonction à la fin du XVII^e siècle que naissent les premières méthodes fécondes de cette discipline.

Pourquoi analyse ?

Les Grecs ont formé le mot *analysis* sur *lysis*, *action de délier* précédé du préfixe *ana* qui signifie *de bas en haut*. L'analyse correspond à disséquer en petits morceaux pour comprendre comment ça fonctionne. On retrouve la même idée dans les mots d'origine latine *solution* et *résoudre*, ce qui explique leur parenté avec *dissolution* et *dissoudre* respectivement.

Emprunté au début du XVII^e par Agrippa d'Aubigné, le mot analyse n'est utilisé que dans le sens figuré d'action de disséquer la pensée puis pour désigner un procédé de raisonnement. Il s'oppose alors à *synthèse*. René Descartes, le premier, l'emploie en sciences, en 1636, pour nommer le raisonnement par déduction. François Viète (1540−1603) distinguait l'algèbre nombreuse, celle qui utilise des nombres, et l'algèbre spécieuse, qui affine le raisonnement en les remplaçant par des lettres ; à ce titre, la seconde faisait partie de l'analyse. Le mathématicien écossais James Gregory (1638−1675) désigne bien l'algèbre lorsqu'il affirme en 1671 « J'ai parfois pensé, cher lecteur, que l'analyse était insuffisante avec ses cinq opérations... ».

À la fin du XVII^e siècle, le mot *analyse* se spécialise dans l'étude du calcul infinitésimal comme le montre le titre de l'ouvrage du marquis Guillaume de l'Hospital, *L'analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, publié en 1696. Utilise-t-il ce mot au sens propre ? On sait en effet que les premières approches du calcul intégral découpaient le domaine situé sous une courbe en très petite parties de base dx. On peut aussi supposer, c'est le plus probable, qu'il reprend le sens de Descartes et qu'il voit dans le calcul différentiel et intégral des méthodes de raisonnements très élaborées.

Infinitésimal

L'infini, c'est à dire ce qui n'a pas de fin, apparaît d'abord en théologie. En mathématiques, il désigne l'infinité des nombres entiers et ne se rencontre qu'à partir de la fin du XVIIe. À cette époque, le calcul différentiel utilisait la notion d'infiniment petit et se nommait parfois calcul ou géométrie de l'infini.

Infinitésimal nous vient en fait de l'anglais et n'est attesté en français qu'en 1706. Sa terminaison reprend le suffixe utilisé en latin pour former les ordinaux. Ainsi *centum* et *centesimus* signifie respectivement *cent* et *centième*. De même que l'ordinal, par exemple *cinquième* désigne aussi la fraction 1/5, on peut comprendre dans *infinitésimal* l'inverse de l'infini. L'Allemand Samuel Hahnemann reprendra ce terme au XIXe siècle pour désigner les dissolutions homéopathiques.

Fonction

La notion de fonction apparaît au XVIIe siècle. Descartes déjà, dans la résolution de problèmes de géométrie, introduit des coordonnées et considère les y qui « correspondent » à une valeur donnée de x (voir MMH, *Quadrature* n° **71**). Cependant, jusqu'à la fin de ce siècle, on n'éprouve pas le besoin de nommer cette dépendance d'une variable par rapport à l'autre.

Dans son ouvrage *Methodus fluxionum* rédigé en 1671 mais publié seulement en 1736, Newton parle de *quantita relata* traduit par Buffon par *quantités relatives* pour désigner l'ordonnée y d'un point d'une courbe qui dépend, ou qui est lié, à l'abscisse x qu'il nomme *correlata quantita*. Dans les *Principia mathematica*, il préfère appeler les valeurs de la variable y du mot latin *genitae*, c'est-à-dire *engendrées*.

Le mot latin *functio* provient du verbe *fungi, s'acquitter de*. Il signifie *accomplissement, exécution*. Il apparaît en français au XVIe siècle dans le sens *exercice d'une charge*, acception toujours vivante de nos jours.

Son apparition en mathématiques date des années 1690. Leibniz l'utilise en 1692 pour désigner une ligne dont la longueur dépend de la position d'un point variable sur la courbe comme, par exemple, le segment qui joint un point A fixé et un point M variable.

Cependant, Jean Bernoulli l'emploie le premier, en 1698 en latin et trois ans plus tard en français, dans un sens qui approche la notion actuelle. On lui doit surtout en 1718 la première définition des *fonctions d'une grandeur variable* comme étant des « quantités composées de quelque manière que ce soit de cette grandeur variable et de constantes ». En 1748, Leonhard Euler remplace *quantité variable* par *expression analytique*. Cette définition est fort restrictive puisqu'une fonction doit être définie pour lui par une même expression pour tous les éléments.

Le mathématicien français Louis Arbogast (1759−1803) explique qu' « il n'est pas nécessaire que la fonction y soit exprimée par une équation ; elle peut continuellement changer de forme... », mais c'est Gustav Lejeune Dirichlet qui donne la première définition moderne lorsqu'il affirme en 1837 : « Une quantité y est une fonction d'une quantité x quand à chaque valeur attribuée à x correspond une valeur unique et déterminée de y, sans rien spécifier sur la manière dont les diverses valeurs de y s'enchaînent les unes aux autres ».

Désormais intégrés dans le langage mathématique, l'étymologie des mots *analyse*, venu du grec, et *fonction*, d'origine latine, rappelle la naissance de théories qui se sont avérées si fécondes.